

Barbara OTT, Bamberg

Grafische Darstellungen zu Textaufgaben in der Grundschule

Darstellungen sind im Mathematikunterricht der Primarstufe in unterschiedlichen Kontexten für Erkenntnisprozesse von Bedeutung. Bei der Bearbeitung von Textaufgaben können verbal dargestellte mathematische Strukturen u.a. grafisch repräsentiert werden. In diesem Beitrag wird eine Pilotstudie vorgestellt, die sich der Frage widmet, inwieweit in Textaufgaben inhärente mathematische Strukturen in spontanen Kinderzeichnungen sichtbar sind. Dazu wird zunächst die Motivation für die Fragestellung begründet sowie der Begriff *grafische Darstellung* theoretisch fundiert.

1. Motivation

Die Bildungsstandards (KMK 2005) weisen die Kompetenz „Darstellen“ als ein Prozessziel des Mathematikunterrichts aus. Dies beinhaltet auch die Fähigkeit, Sachverhalte z. B. in Skizzen oder Diagrammen grafisch darzustellen (vgl. Krauthausen & Scherer 2007, 154). Derartige Darstellungen spielen im Kontext von Sachaufgaben als Bearbeitungshilfen eine Rolle (Fricke 1987; Franke & Ruwisch 2010). Der Blick in die unterrichtliche Praxis zeigt jedoch oft ein anderes Bild: Immer wieder wird berichtet, dass Schülerinnen und Schüler grafische Lösungshilfen selten oder gar nicht nutzen (z.B. Bender 1980; Fricke 1987; Lopez-Real & Veelo 1993). Gerade Kinder, für die grafische Bearbeitungen hilfreich sein könnten, können diese oft nicht selbstständig anfertigen (vgl. Franke & Ruwisch 2010, 103). Es zeichnet sich ein Dissens zwischen den didaktisch motivierten Ideen und der realen Nutzung durch die Lernenden ab. Deshalb werden in der hier vorgestellten Studie Kinderzeichnungen zu Textaufgaben genauer betrachtet. Zuvor soll der Begriff *grafische Darstellung* geklärt werden.

2. Begriffsklärung *grafische Darstellung*

Kennzeichnend für die Mathematik und den Mathematikunterricht ist die Beschäftigung mit abstrakten Denkobjekten. Darstellungen sind notwendig, um diese greifbar zu machen (Duval 2006). Allgemein kann eine Darstellung definiert werden als „something, that stands for something else“ (ebd., 103). In grafischen Darstellungen zu Textaufgaben müssen verbal dargestellte mathematische Strukturen, d. h. Relationen zwischen Zahlen bzw. Größen, grafisch abgebildet werden. Da Relationen selbst „amedial“ sind, bedürfen sie der Vergegenständlichung (Dörfler 1988, 110). Im Kontext grafischer Darstellungen zu Textaufgaben müssen dazu die im Text sprachlich dargestellten strukturelevanten Objekte abgebildet und den Relationen entsprechend in der Zeichenebene angeordnet werden. So werden die ma-

thematischen Strukturaspekte mit räumlichen Darstellungsmöglichkeiten in Verbindung gebracht (vgl. Stern et al. 2003, 192). Beschriftungen können die Anordnung der Objekte in der Zeichenebene begleiten. In diesem Sinn wird hier unter einer grafischen Darstellung die Aufzeichnung der mathematischen Struktur einer Aufgabe durch Anordnung von strukturelevanten Objekten in der Zeichenebene verstanden. Einen Überblick über die grafische Darstellungen kennzeichnenden Elemente bietet Abbildung 1.

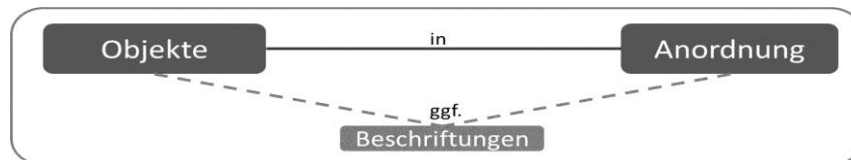


Abbildung 1: Elemente grafischer Darstellungen

3. Design der Pilotstudie

In der Pilotstudie zu grafischen Darstellungen wird untersucht, inwieweit in Textaufgaben inhärente mathematische Strukturen in spontanen Kinderzeichnungen wiedererkennbar sind. Sie wurde in jeweils zwei ersten und zweiten Klassen ($N_{\text{Stichprobe}}=77$) gegen Ende des ersten Schulhalbjahres durchgeführt. Als Erhebungsinstrument diente ein Paper-Pencil-Test mit sechs Textaufgaben-Items, der jeweils auf zwei Tage verteilt bearbeitet wurde. Die Items orientieren sich an Schulbuchaufgaben verschiedener Kontexte und mathematischer Strukturen. Sie wurden so erstellt, dass sie von Aufgaben, welche die strukturelevanten Objekte sowie deren Anordnungen sprachlich nahelegen, bis zu Aufgaben reichen, deren strukturell relevante Objekte durch ihre physikalischen Eigenschaften nicht direkt grafisch umsetzbar sind; Hilfsobjekte und mögliche Anordnungen müssen von den Kindern gefunden werden. Mit der Aufforderung, die Gedanken zur Aufgabenlösung für andere aufzuzeichnen und aufzuschreiben, wurden die Items jeweils mehrfach vorgelesen.

4. Ausgewählte Ergebnisse der Pilotstudie

Die Kinderdokumente der Pilotierung ($N_{\text{Dokumente}}=438$) dienten als Grundlage zur Generierung von Kategorien, die es erstmals ermöglichen, Kinderzeichnungen zu Textaufgaben hinsichtlich ihrer Strukturabbildung zu klassifizieren. Mit Hilfe der qualitativen Inhaltsanalyse (Mayring 2010) wurden sechs Kategorien identifiziert: Neben Lösungen, in denen keine Objekte aufgezeichnet wurden (*keine Aufzeichnung*) oder trotz aufgezeichneter Objekte kein Bezug zur Aufgabe besteht (*textferne Aufzeichnung*), weisen einige Dokumente rein inhaltliche Bezüge auf (*Illustration*). Andere bilden strukturelle Aspekte mit nicht-grafischen Mitteln wie Rechnungen ab (*nicht-grafische Darstellung*). In weiteren Kinderzeichnungen werden Teil-

aspekte der mathematischen Struktur (*grafische Darstellung Teilaspekte*) oder die Gesamtstruktur (*grafische Darstellung Gesamtstruktur*) durch eine Anordnung von Objekten in der Zeichenebene sichtbar.

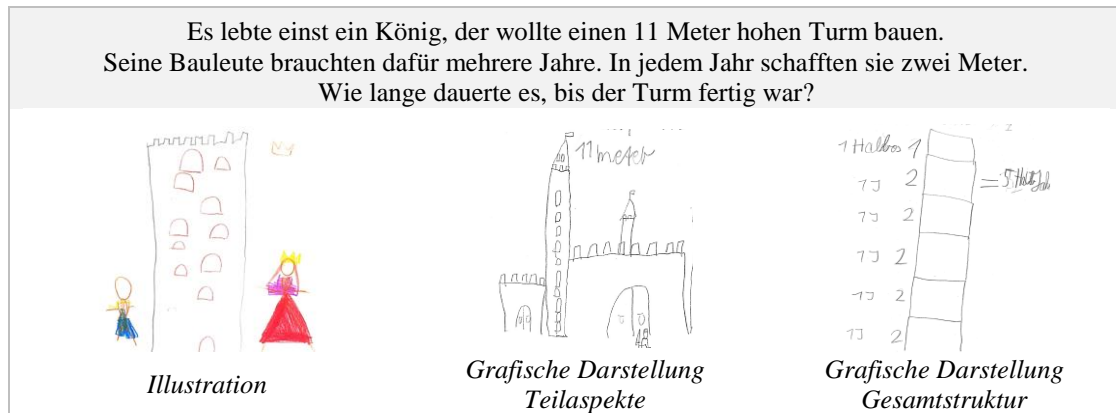


Abbildung 2: Schülerlösungen

In knapp der Hälfte der Dokumente (49 %) werden Strukturaspekte grafisch dargestellt (s. Abb. 3). In gut einem Drittel der Schülerlösungen (35 %) ist die mathematische Struktur nicht wiedererkennbar. Den größten Anteil nehmen grafische Darstellungen von Teilaspekten ein, gefolgt von Abbildungen mit rein inhaltlichen Aufgabenbezügen (Illustrationen) und nicht-grafische Darstellungen, hier in Form von Rechnungen.

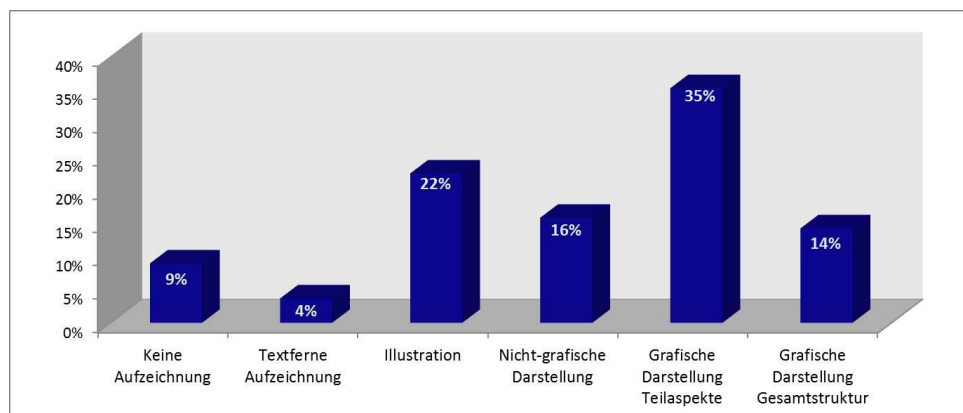


Abbildung 3: Verteilung der Schülerzeichnungen auf die Kategorien

Eine Auswertung nach Jahrgangsstufen zeigt eine Dominanz der Kategorien Illustration und grafische Darstellung Teilaspekte (jeweils 35 %) in der ersten Jahrgangsstufe. Die Gesamtstruktur wird selten sichtbar (10 %), nicht-grafische Darstellungen treten fast nicht auf (1 %). Während sich der Anteil grafischer Darstellungen in der zweiten Jahrgangsstufe nur geringfügig ändert (insgesamt 54 %), ist eine deutliche Verschiebung von Illustrationen (7 %) zu nicht-grafischen Darstellungen (33 %) zu erkennen.

Die Auswertung einzelner Items zeigt erwartungsgemäß einerseits hohe Anteile grafischer Darstellungen bei textlichen Hinweisen auf relevante

Objekte und Anordnungen und andererseits niedrige Anteile dieser Kategorien am anderen Ende des Aufgabenspektrums (s. 3.). Die Illustrationen verteilen sich im Wesentlichen entgegengesetzt. Der höchste Prozentsatz an Illustrationen (45 %) - vorwiegend von Erstklässlern - zeigte sich jedoch bei der in Abb. 2 vorgestellten Aufgabe, die teilweise grafische Darstellungsmöglichkeiten sprachlich nahelegt. Vermutlich verleitete der Märchenkontext jüngere Schulkinder zum Illustrieren (vgl. auch Rasch 2001).

5. Folgerungen

Die Ergebnisse deuten darauf hin, dass Kinder die mathematische Struktur von Textaufgaben zumeist nur in Teilaspekten grafisch darstellen. Zweitklässler nutzen zunehmend strukturelle Darstellungen, allerdings oft mit nicht-grafischen Mitteln (Rechnungen). Grafische Darstellungskompetenz im Zusammenhang der Bearbeitung von Textaufgaben scheint derzeit unterrichtlich wenig unterstützt zu werden. Mögliche Fördermaßnahmen werden aktuell in einem laufenden Forschungsprojekt erprobt.

Literatur

- Bender, P. (1980): Analyse der Ergebnisse eines Sachrechentests am Ende des 4. Schuljahres, Teil 3. In: *Sachunterricht und Mathematik in der Primarstufe*, 8, 226-233.
- Franke, M., Ruwisch, S. (2010): *Didaktik des Sachrechnens in der Grundschule* (2. Auflage). Heidelberg: Spektrum.
- Fricke, A. (1987): *Sachrechnen*. Stuttgart: Klett.
- Dörfler, W. (1988): Rolle und Mittel von Vergegenständlichung in der Mathematik. In: *Beiträge zum Mathematikunterricht 1988*. Bad Salzdetfurth: Franzbecker, 110-113.
- Duval, R. (2006): A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. In: *Educational Studies in Mathematics*, 61, 103-131.
- KMK (Hrsg.) (2005): *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich. Beschluss vom 15.10.2004*. München, Neuwied: Wolters Kluwer.
- Krauthausen, G., Scherer, P. (2007): *Einführung in die Mathematikdidaktik* (3. Auflage). München: Spektrum.
- Mayring, P. (2010): *Qualitative Inhaltsanalyse* (11. Auflage). Weinheim, Basel: Beltz.
- Lopez-Real, F., Veelo, P. (1993): Children's use of diagrams as a problem-solving strategy. In: Hirabayashi, I., Nohda, N., Shigematsu, K., Lin, F.-L. (Hrsg.): *Proceedings of the Seventeenth International Conference for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. II, 169-176. Tsukuba: University of Tsukuba.
- Rasch, R. (2001): *Zur Arbeit mit problemhaltigen Textaufgaben im Mathematikunterricht der Grundschule*. Hildesheim, Berlin: Franzbecker.
- Stern, E., Aprea, C., Ebner, H. (2003): Improving cross-content transfer in text processing by means of active graphical representation. In: *Learning and Instruction*, 13, 191-203.